

## Алгебра и теория чисел :: занятие 01 (09.02.2010)

### День 1 (09.02.2010)

#### Задачи 1. Разложение на множители и длинная арифметика

- A. factor1 Разложение на множители-1
- B. numsyst Системы счисления
- C. arithmetics Длинная арифметика
- D. fibonacci Числа Фибоначчи-1
- E. egcd Расширенный алгоритм Евклида

#### Лекция 1. (Теория) Классы чисел и основная теорема арифметики

1. Классы чисел: натуральные, целые, рациональные, вещественные, комплексные
  - a. Определения натуральных чисел
    - Неформальное определение
    - Аксиомы Пеано
    - Теоретико-множественное определение
  - b. Определение целых, рациональных, вещественных и комплексных чисел
  - c. Операции сложения, вычитания, умножения, деления, извлечение корня
2. Натуральные и целые числа
  - a. Принцип индукции, существование наименьшего числа в любом множестве натуральных чисел
  - b. Деление чисел с остатком
3. Простые числа
  - a. Существование разложения на простые
4. Наибольший общий делитель
  - a. Наибольший общий делитель как максимальное число, делящее два данных числа
  - b. Алгоритм Евклида (обычный и расширенный)
  - c. Наибольший общий делитель как общий делитель, делящий все остальные общие делители
5. Основная теорема арифметики
  - a. Теорема о том, что если произведение двух чисел делится на простое, то одно из них на него делится
  - b. Основная теорема арифметики
6. Теоремы о простых числах
  - a. Теорема о существовании бесконечного числа простых чисел
  - b. Теорема о расходимости ряда  $\sum 1/n$
  - c. Теорема о сходимости ряда  $\sum 1/n^2$
  - d. Теорема о расходимости ряда  $\sum 1/p$

#### Лекция 2. (Практика) Разложение на множители и длинная арифметика

1. Системы счисления
  - a. Позиционные системы счисления, запись числа в b-ичной системе счисления
  - b. Смешанные системы счисления
  - c. Фибоначчиева система счисления
2. Арифметика чисел в b-ичной системе счисления (Длинная арифметика)
  - a. Представление в памяти
  - b. Сложение, вычитание, умножение, деление на короткое, деление на длинное
  - c. Подбор значения очередной цифры в алгоритме деления в столбик
3. Разложение на множители (факторизация)
  - a. Проверка числа на простоту за  $O(\sqrt{n})$

- b. Разложение на множители за  $O(\sqrt{n})$
- 4. Алгоритм Евклида
  - a. Числа Фибоначчи, формула Бине, асимптотика роста
  - b. Время работы алгоритма Евклида
  - c. Двоичный алгоритм Евклида, расширенный двоичный алгоритм Евклида