

Алгебра и теория чисел :: занятие 12 (11.05.2010)

День 1 (11.05.2010)

Задачи 1. Уравнение Пелля и сумма двух квадратов

- A. `pelleq` Уравнение Пелля
B. `twosquares` Сумма двух квадратов

Лекция 1. (Теория+Практика) Цепные (непрерывные) дроби и уравнение Пелля

1. Цепные (непрерывные) дроби

- Цепные дроби, рекуррентные формулы для числителей и знаменателей дробей
- Цепные дроби как приближения к числу
- Теорема о существовании бесконечного числа дробей $\frac{a}{b}$ таких, что $|\alpha - \frac{a}{b}| < \frac{1}{2b^2}$
- Теорема о существовании бесконечного числа дробей $\frac{a}{b}$ таких, что $|\alpha - \frac{a}{b}| < \frac{1}{\sqrt{5}b^2}$
- Теорема о том, что из $|\alpha - \frac{a}{b}| < \frac{1}{2b^2}$ следует что $\frac{a}{b}$ подходящая дробь для α
- Цепная дробь \sqrt{d}

- Теорема о периодичности
- Алгоритм вычисления без использования вещественных чисел
- Теорема о чистой периодичности $[\sqrt{d}] + \sqrt{d}$
- Теорема о том, что период \sqrt{d} состоит из симметричной части и $2a_0$

g. Цепные дроби для квадратичных иррациональностей

- Теорема о том, что любая периодическая цепная дробь — квадратичная иррациональность
- Теорема Лагранжа о том, что любая квадратичная иррациональность имеет периодическую цепную дробь

2. Уравнение Пелля

- Теорема о том, что любое решение уравнения Пелля является подходящей дробью для \sqrt{d}
- Теорема о существовании нетривиального решения уравнения Пелля

3. Связь цепных дробей и алгоритма Евклида

4. Представление простых в виде сумм двух квадратов