

PolyGCD. Наибольший общий делитель двух полиномов

Имя входного файла: polygcd.in
Имя выходного файла: polygcd.out

Дано два полинома $f(x)$ и $g(x)$ с коэффициентами из $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$, где p — простое число. Требуется найти их наибольший общий делитель $d(x)$ в этом поле и два полинома $u(x)$ и $v(x)$, такие что $u(x) \cdot f(x) + v(x) \cdot g(x) = d(x)$.

Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит простое число p ($2 \leq p \leq 10^9$). Вторая и третья строки содержат описание полиномов $f(x)$ и $g(x)$ соответственно. Описание полинома $f(x) = a_m \cdot x^m + a_{m-1} \cdot x^{m-1} + \dots + a_1 \cdot x + a_0$ состоит из строки, в которой записано число m и коэффициенты a_m, a_{m-1}, \dots, a_0 . Нулевой полином задается строкой из двух нулей. Гарантируется, что хотя бы один из полиномов не равен нулю. Коэффициенты полиномов $f(x)$ и $g(x)$ лежат в диапазоне $[0..p-1]$, степени не превосходят 100.

Формат выходного файла

В выходной файл выведите три строки. Первая строка должна содержать наибольший общий делитель $d(x)$ полиномов $f(x)$ и $g(x)$, а вторая и третья строки — полиномы $u(x)$ и $v(x)$ соответственно. Все три полинома должны быть выведены в том же формате, в каком заданы исходные полиномы. Старший коэффициент полинома $d(x)$ должен быть равен 1. Степени полиномов $u(x)$ и $v(x)$ должны быть не более 100.

Примеры

polygcd.in	polygcd.out
7 2 1 6 1 3 1 2 1 2	1 1 2 1 2 6 0 5
5 0 3 0 2	0 1 0 0 0 3
239 5 3 1 1 1 8 10 4 7 3 1 4 5	0 1 3 188 143 171 159 4 56 161 178 2 208

Комментарий: в первом примере $f(x) = x^2 + 6x + 1$, $g(x) = x^3 + 2x^2 + x + 2$. Их наибольший общий делитель равен $d(x) = x + 2$ (в поле $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$), при этом $x + 2 = (2x + 6) \cdot f(x) + 5 \cdot g(x)$.

PolyRoots. Корни полинома над полем

Имя входного файла: `polyroots.in`
Имя выходного файла: `polyroots.out`

Дан полином $f(x)$ с коэффициентами из $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$, где p — простое число. Требуется найти все его корни над этим полем.

Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит простое число p , ($2 \leq p \leq 10^9$). Вторая строка содержит описание полинома $f(x)$. Описание полинома $f(x) = a_m \cdot x^m + a_{m-1} \cdot x^{m-1} + \dots + a_1 \cdot x + a_0$ состоит из строки, в которой записано число m и коэффициенты a_m, a_{m-1}, \dots, a_0 . Коэффициенты полинома $f(x)$ лежат в диапазоне $[0..p-1]$, степень не превосходит 100.

Формат выходного файла

На первой строке выходного файла выведите количество различных корней полинома над полем $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$. Во второй строке выведите сами корни. Корни должны идти в строго возрастающем порядке и лежать в диапазоне $[0..p-1]$.

Примеры

polyroots.in	polyroots.out
11 3 1 8 7 1	3 2 3 9
239 2 2 3 9	2 10 108
239 3 2 3 9 17	0
17 2 1 15 1	1 1

Комментарий: в первом примере $f(x) = x^3 + 8x^2 + 7x + 1 \equiv (x-2)(x-3)(x-9) \pmod{11}$.